BANYAK CARA, SATU JAWABAN: ANALISIS TERHADAP STRATEGI PEMECAHAN MASALAH GEOMETRI

Al Jupri
Universitas Pendidikan Indonesia
e-mail: aljupri@upi.edu

ABSTRAK

Geometri adalah salah satu topik esensial dalam matematika untuk tingkat sekolah dasar. Kompetensi pemecahan masalah terhadap topik ini mutlak diperlukan baik oleh guru ataupun siswa. Dalam makalah ini, kami laporkan penelitian yang bertujuan untuk menganalisis kemampuan dan strategi pemecahan masalah mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan geometri ditinjau dari level berpikir Van Hiele dan Strategi Pemecahan ala Polya. Untuk itu, studi eksploratif dalam bentuk tes uraian tertulis pemecahan masalah geometri dilakukan terhadap 47 mahasiswa Progam Studi Pendidikan Dasar, Sekolah Pasca Sarjana, di kota Bandung. Terlepas dari rendahnya persentase jumlah mahasiswa yang menjawab benar (13%) terhadap soal yang diujikan, hasil analisis menemukan beragam strategi pemecahan masalah yang digunakan mahasiswa. Analisis lebih lanjut menunjukkan bahwa kekeliruan mahasiswa disebabkan oleh kekurangmampuan mahasiswa dalam menggunakan aturan-aturan matematika secara akurat, seperti kurang tepat dalam penggunaan rumus luas daerah segitiga, dalil Pythagoras, dan konsep garis tinggi. Hasil penelitian ini dapat digunakan baik untuk studi eksploratif yang lebih mendalam ataupun studi pengembangan permasalahan geometri di masa yang akan datang.

Kata Kunci: Geometri, Strategi Pemecahan Masalah ala Polya, Teori Van Hiele

PENDAHULUAN

Kemampuan pemecahan masalah dalam matematika dapat ditumbuhkembangkan melalui topik-topik matematika, seperti aritmetika dan geometri, yang diajarkan mulai dari tingkat sekolah dasar hingga jenjang yang lebih tinggi. Di tingkat sekolah dasar (SD), topik geometri mencakup sekitar 40%-50% konten kurikulum matematika (Depdiknas, 2006; Kemendikbud, 2013). Hal ini berarti bahwa geometri memiliki potensi besar dalam menumbuhkembangkan kemampuan pemecahan masalah siswa (Grugnetti & Jaquet, 2005).

Untuk dapat mengoptimalkan potensi tersebut, peran guru matematika SD amatlah krusial (Ho & Hedberg, 2005). Peran tersebut di antaranya adalah menyiapkan permasalahan geometri yang bersifat non-rutin—yakni soal-soal geometri tipe pemecahan masalah, menyampaikan persoalan pemecahan masalah tersebut dalam pembelajaran, membimbing siswa dalam proses pemecahan masalah, dan mengevaluasi kemampuan pemecahan masalah para siswa (Szetela & Nicol, 1992).

Sayangnya peran dalam aktivitas pemecahan masalah seperti yang dikemukakan di atas tidak mudah dijalankan oleh kebanyakan guru SD. Misalnya, untuk melatih siswa dalam persiapan mengikuti olimpiade matematika—di mana soal-soalnya menuntut pemecahan masalah, para guru SD umumnya memerlukan pelatihan dan penyuluhan yang tidak singkat (Wiworo, 2004). Bahkan bilapun sudah mengikuti pelatihan, tidak ada jaminan bahwa guru akan mampu mengajarkan pemecahan soal-soal olimpiade untuk siswa-siswanya. Para guru masih memerlukan bantuan, bimbingan, dan sarana pembelajaran. Salah satunya adalah buku tentang olimpiade matematika. Hal ini terindikasi dengan marak dan larisnya buku-buku pembahasan soal-soal olimpiade matematika yang beredar di masyarakat (misalnya buku-

buku yang disusun oleh Sanjaya & Wijaya, 2007; Sukino, 2011; Tampomas & Saputra, 2004; Tampomas, 2006).

Lemahnya kemampuan pemecahan masalah guru SD dalam geometri, misalnya, tampak pada observasi yang kami lakukan dalam berbagai kesempatan pelatihan guru serta pengamatan terhadap mahasiswa Program Studi Pendidikan Dasar yang sudah berpengalaman menjadi guru. Catatan pengamatan ini – didukung catatan lemahnya kemampuan pemecahan masalah seperti yang telah dikemukakan – memicu kami untuk mengajukan beberapa pertanyaan: Seperti apakah kemampuan pemecahan masalah mahasiswa Program Pendidikan Dasar dalam topik geometri? Strategi apa saja yang digunakan mahasiswa dalam melakukan pemecahan masalah geometri? Konsep-konsep geometri mana yang diperlukan dalam pemecahan masalah? Inilah beberapa pertanyaan yang dibahas dalam makalah ini.

TINJAUAN PUSTAKA

Kerangka teoretis yang digunakan dalam menganalisis kemampuan dan strategi pemecahan masalah mahasiswa Pendidikan Dasar berturut-turut adalah: (1) level berpikir geometri menurut Van Hiele, dan (2) strategi pemecahan masalah menurut Polya.

LEVEL BERPIKIR GEOMETRI MENURUT VAN HIELE

Van Hiele (dalam Burger & Shaughnessy, 1986; Guiterrez, Jaime, & Fortuny, 1991) mengklasifikasi kemampuan berpikir geometri ke dalam lima tingkatan. Kelima tingkatan itu berjenjang dari yang paling sederhana, hingga yang paling kompleks. Pada Level 0, pemahaman terhadap konsep dasar geometri dibangun dengan cara pertimbangan visual atas konsep secara menyeluruh tanpa memperhatikan sifat-sifatnya secara terperinci. Pada Level 1, pemahaman konsep geometri dilakukan dengan cara analisis informal tentang bagian-bagian dan atribut-atributnya. Di Level 2 (Abstraksi), urutan sifat-sifat dari suatu konsep geometri mulai dipahami, definisi-definisi abstrak mulai terbentuk, syarat perlu dan cukup dari sehimpunan sifat-sifat konsep geometri dapat dibedakan. Pada level 3 (Deduksi), kemampuan memberikan alasan formal dalam konteks matematik, yakni dalam proses pembuktian formal, sudah terbentuk. Dan pada Level 4 (Rigor), kemampuan untuk membandingkan berbagai sistem geometri sudah terbentuk tanpa menggunakan model-model konkret.

STRATEGI PEMECAHAN MASALAH MENURUT POLYA

Masalah adalah sesuatu yang mengganjal yang perlu diselesaikan, namun cara atau prosedur penyelesaiannya belum diketahui (Ruseffendi, 1991). Sedangkan pemecahan masalah diartikan sebagai suatu proses penerapan pengetahuan yang sudah dimiliki sebelumnya kepada situasi yang baru dan belum dikenal (Posamentier & Stepelman, 1990). Hal ini berimplikasi bahwa, pemecahan masalah dalam geometri berarti penerapan pengetahuan geometri yang sudah diperoleh untuk memecahkan soal geometri yang baru dan belum dikenal sebelumnya.

Seperti apakah strategi pemecahan masalah itu? Menurut Polya (1973) terdapat empat langkah pemecahan masalah. Pertama, *understanding the problem* (memahami masalah atau persoalan); kedua, *devising a plan* (merencanakan pemecahan masalah); ketiga, *carrying out the plan* (mengerjakan rencana yang sudah disusun); dan keempat, *looking back* (memeriksa kembali proses penyelesaian yang telah dilakukan). Aktivitas yang dapat dilakukan pada tiap langkah terurai pada Tabel 1. Keempat langkah ini berlaku umum dalam matematika. Oleh karena itu, langkah-langkah tersebut berlaku pula dalam pemecahan masalah geometri.

Tabel 1. Empat langkah pemecahan masalah menurut Polya

Langkah	Aktivitas
Understanding the problem	Mengumpulkan data-data yang diketahui, mengetahui syarat dan kondisi soal, dan menentukan hal-hal yang ditanyakan.
Devising a plan	Membuat kaitan antara data-data yang diketahui, kondisi soal, dan hal-hal yang ditanyakan.
Carrying out the plan	Melaksanakan langkah *devising a plan* sambil memikirkan apakah yang dilakukan itu logis atau tidak.
Looking back	Mengecek kembali hal-hal yang sudah dilakukan dan menelaah kembali jawaban yang sudah diberikan: apakah masuk akal atau tidak dan sudah menjawab persoalan atau belum.

METODE

Agar dapat menganalisis kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dalam topik geometri, pendekatan penelitian yang digunakan adalah pendekatan eksploratif melalui tes tertulis dan catatan lapangan (Jupri, Drijvers, & Van den Heuvel-Panhuizen, 2014). Subyek penelitian ini adalah 47 mahasiswa Program Studi Pendidikan Dasar, Sekolah Pasca Sarjana, di kota Bandung. Instrumen yang digunakan berupa tes uraian tertulis, terdiri atas empat soal pemecahan masalah geometri sub-topik Segitiga dan Segiempat. Soal-soal tes berasal dari soal-soal yang pernah diujikan di olimpiade matematika tingkat SD, baik digunakan secara langsung atau melalui proses adaptasi.

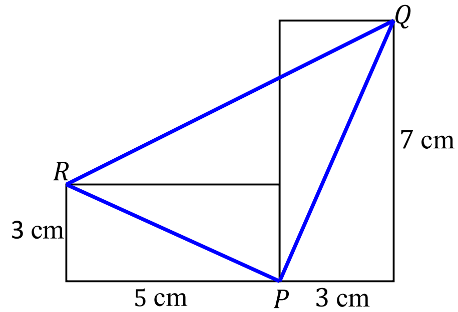
Pengumpulan data dilakukan seperti berikut. Pertama, mahasiswa diminta untuk menjawab soal tes berbentuk uraian dalam waktu 40 menit secara individu. Kedua, coretan-coretan yang digunakan mahasiswa dalam menjawab soal dikumpulkan sebagai data pendukung hasil tes tertulis. Karena itu, data yang terkumpul mencakup lembar jawaban pekerjaan mahasiswa, lembar coretan-coretan tertulis, dan catatan lapangan.

Analisis data dilakukan melalui dua tahap. Tahap pertama, mengidentifikasi dan mengkompilasi strategi-strategi pemecahan masalah yang digunakan mahasiswa. Tahap kedua, menginterpretasi lebih lanjut terhadap strategi-strategi yang digunakan ditinjau dari tahap berpikir Van Hiele dan Strategi Pemecahan Masalah Polya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dengan meninjau aspek keanekaragaman strategi pemecahan masalah yang digunakan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah, dalam makalah ini kami membahas satu soal yang dipandang mewakili soal-soal yang lain. Soal tersebut dapat disimak pada Gambar 1.

Diberikan dua buah persegi panjang berikut ini!

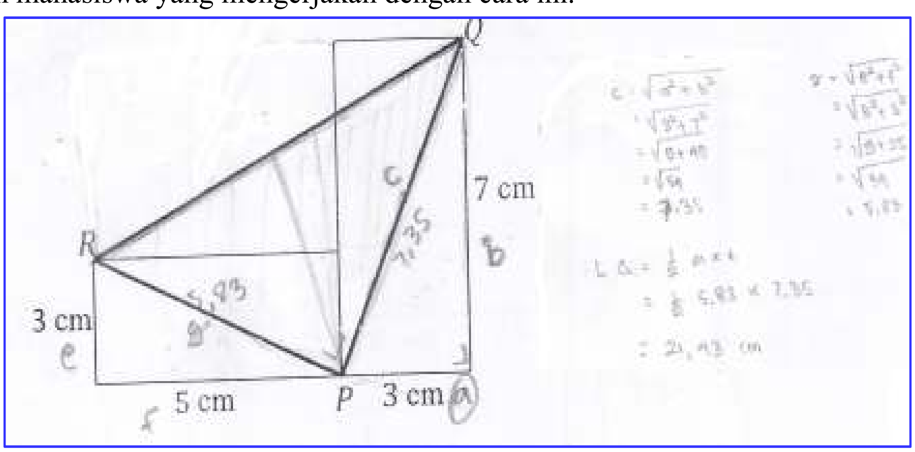


Tentukanlah luas daerah segitiga PQR!

Gambar 1. Soal geometri dengan aneka cara penyelesaian

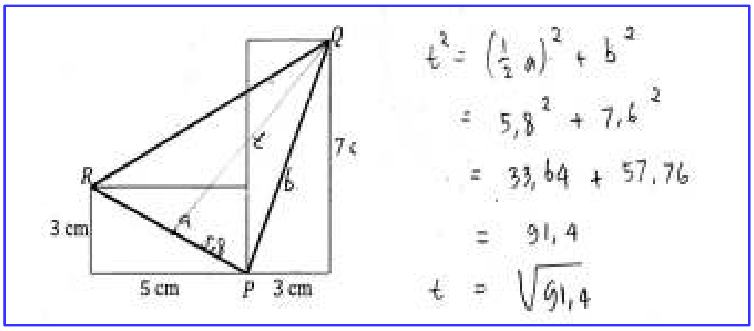
Dari 47 mahasiswa yang menjawab soal tersebut, 6 orang mampu menjawab dengan benar dan 41 orang lainnya keliru. Ini berarti hanya ada sekitar 13% mahasiswa yang mampu menjawab soal tersebut dengan benar. Ditinjau dari strategi pemecahan masalah yang digunakan mahasiswa, kami mengidentifikasi setidaknya ada empat cara berbeda. Cara pertama dan kedua berakibat pada kekeliruan jawaban, dan dua cara lainnya menghasilkan jawaban yang benar.

Cara pertama dilakukan oleh 27 orang mahasiswa dengan cara berikut. Mahasiswa menghitung panjang PQ dan panjang PR dengan menggunakan dalil Pythagoras, sehingga diperoleh $PQ = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58} \approx 7{,}6$ cm; dan $PR = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} \approx 5{,}8$ cm. Lalu, karena mereka menganggap bahwa segitiga PQR adalah segitiga siku-siku, maka luas daerah $PQR = \frac{1}{2} \times PQ \times PR \approx 22{,}04$ cm^2. Langkah ini, menganggap PQR sebagai sebuah segitiga siku-siku, merupakan sebuah kekeliruan sebab $PR^2 + QR^2 \neq RQ^2$ (dalil Pythagoras tidak berlaku). Ditinjau dari level berpikir Van Hiele, kekeliruan ini dapat dipandang sebagai kelemahan dalam level deduksi, yaitu lemah dalam memberikan alasan formal dalam konteks matematis. Jika ditinjau dari perspektif pemecahan masalah ala Polya, maka mahasiswa lemah dalam pemahaman dan perencanaan penyelesaian masalah. Gambar 2 adalah contoh pekerjaan mahasiswa yang mengerjakan dengan cara ini.



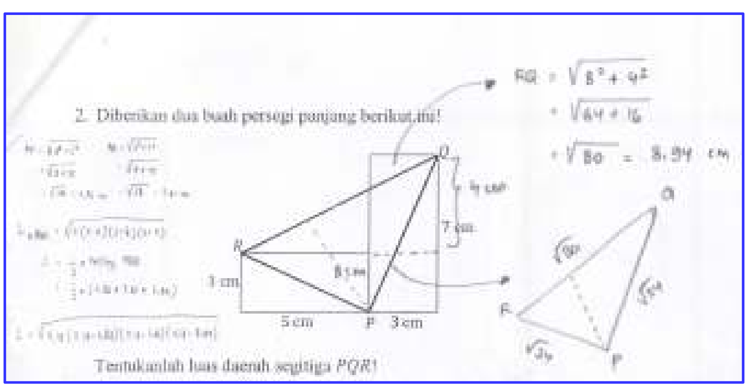
Gambar 2. Contoh pekerjaan mahasiswa yang menggunakan Cara 1

Cara kedua dilakukan oleh 14 orang mahasiswa dengan cara berikut. Setelah menghitung panjang PQ dan panjang PR dengan dalil Pythagoras – mahasiswa mengetahui bahwa PQR bukan segitiga siku-siku – mahasiswa membuat garis tinggi dari titik Q dengan alas PR. Kekeliruan yang dibuat mahasiswa adalah menganggap bahwa garis tinggi yang mereka buat berpotongan dengan PR di titik tengah PR. Dengan menerapkan dalil Pythagoras, maka akan diperoleh garis tinggi t. Lalu, dengan menggunakan rumus luas daerah segitiga $PQR = \frac{1}{2} \times PR \times t$, maka mahasiswa tiba pada penyelesaian yang mereka anggap benar. Ditinjau dari level berpikir Van Hiele, lagi-lagi mahasiswa yang mengerjakan dengan cara ini dapat dipandang lemah dalam level deduksi. Dan bila ditinjau dari perspektif pemecahan masalah ala Polya, maka mahasiswa lemah dalam perencanaan penyelesaian masalah. Gambar 3 adalah contoh pekerjaan mahasiswa yang menggunakan cara kedua ini.

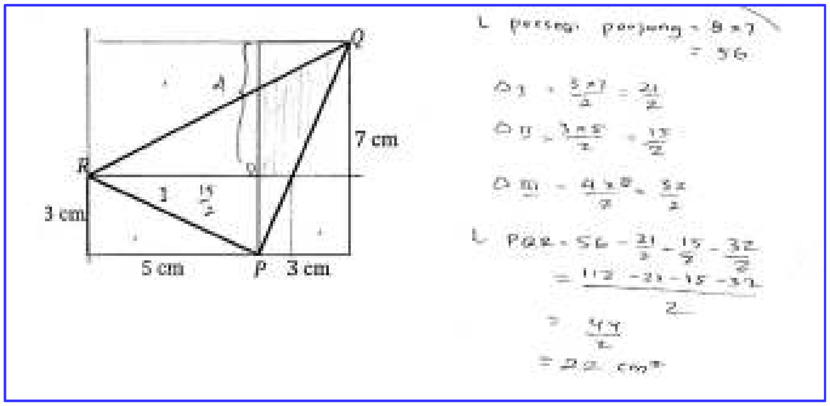


Gambar 3. Contoh pekerjaan mahasiswa yang menggunakan Cara 2

Cara ketiga dilakukan oleh empat orang mahasiswa dengan cara berikut. Mahasiswa menghitung panjang PQ, panjang PR, dan panjang QR dengan menggunakan dalil Pythagoras, sehingga diperoleh $PQ = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58} \approx 7{,}6$ cm; $PR = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34} \approx 5{,}8$ cm, dan $QR = \sqrt{8^2 + 4^2} \approx 8{,}94$ cm. Lalu, mereka menggunakan formula Heron untuk menghitung luas daerah segitiga, yaitu $L = \sqrt{s(s - PQ)(s - PR)(s - QR)}$ dengan $s = \frac{PQ + PR + QR}{2}$, sehingga diperoleh jawaban yang benar. Ditinjau dari level berpikir Van Hiele, hal ini berarti mahasiswa sudah berada pada level deduksi, yaitu mampu menggunakan alasan formal dalam memecahkan permasalahan dalam konteks matematis. Jika ditinjau dari perspektif pemecahan masalah ala Polya, maka mahasiswa dapat menerapkan keempat langkah ini dengan baik. Gambar 4 adalah contoh pekerjaan mahasiswa yang mengerjakan dengan cara ini.



Gambar 4. Contoh pekerjaan mahasiswa yang menggunakan Cara 3



Gambar 5. Contoh pekerjaan mahasiswa yang menggunakan Cara 4

Cara keempat dilakukan oleh dua orang mahasiswa dengan cara berikut. Untuk menghitung luas daerah PQR, mahasiswa membuat garis-garis bantu yang ditarik dari titik Q dan titik R sehingga secara keseluruhan membentuk sebuah persegi panjang. Luas daerah PQR dihitung dengan cara sebagai berikut:

$$\text{Luas } PQR = 8 \times 7 - \frac{1}{2} \times 5 \times 3 - \frac{1}{2} \times 7 \times 3 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 22 \text{ cm}^2.$$

Cara keempat ini menggunakan strategi berpikir *out of the box*, berpikir dengan meninjau permasalahan secara utuh dari sudut pandang yang seolah-olah di luar 'tempurung' permasalahan. Ditinjau dari level berpikir Van Hiele, cara ini bisa dipandang sudah melebihi level deduksi. Dan ditinjau dari strategi pemecahan masalah Polya, cara ini ditempuh secara efektif, efisien dan cantik, yang bisa diduga bahwa mahasiswa telah mampu melakukan langkah kedua ala Polya dengan sangat baik. Gambar 5 adalah contoh pekerjaan mahasiswa dengan cara keempat ini.

SIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemecahan masalah geometri mahasiswa Program Studi Pendidikan Dasar masih relatif rendah. Rendahnya kemampuan ini dapat dilihat dari aneka strategi pemecahan masalah yang digunakan. Strategi-strategi yang digunakan mahasiswa tak selamanya membawa kepada penyelesaian yang benar. Faktor utama yang menjadi penyebab rendahnya keberhasilan pemecahan masalah geometri ini adalah bahwa mahasiswa kurang mampu memeriksa penggunaan aturan-aturan matematika secara akurat. Misalnya, mahasiswa lemah dalam menggunakan dalil Pythagoras untuk memeriksa apakah suatu segitiga itu merupakan segitiga siku-siku atau bukan; dan lemah dalam penentuan tinggi segitiga sebagai dasar untuk menghitung luas daerah segitiga. Kelemahan-kelemahan ini bila ditinjau dari level berpikir Van Hiele menunjukkan lemahnya kemampuan level deduksi, kemampuan memberikan alasan formal dalam konteks matematika. Dan bila ditinjau dari strategi pemecahan ala Polya, mahasiswa berarti lemah dalam langkah kedua, langkah perencanaan penyelesaian masalah.

DAFTAR PUSTAKA

Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education, 17*(1), 31–48.

Depdiknas (2006). *Kurikulum tingkat satuan pendidikan sekolah menengah pertama*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Grugnetti, L., & Jaquet, F. (2005). A mathematical competition as a problem solving and a mathematical education experience. *Journal of Mathematical Behavior, 24*, 373–384.

Gutierrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J. M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 237–251.

Ho, K. F., & Hedberg, J. G. (2005). Teachers' pedagogies and their impact on students' mathematical problem solving. *Journal of Mathematical Behavior, 24*, 238–252

Jupri, A., Drijvers, P., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. *Mathematics Education Research Journal, 26*(4), 683–710. DOI: 10.1007/s13394-013-0097-0.

Kemendikbud (2013). *Kurikulum 2013. Kompetensi Dasar: Sekolah Menengah Pertama (SMP)/Madrasah Tsanawiyah (MTs)*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Polya, G. (1973). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method.* New Jersey: Princeton University Press.

Posamentier, A.S. dan Stepelman, J. (1990). *Teaching Secondary School Mathematics: Techniques and Enrichment Units*. Ohio: Merrill Publishing Company.

Ruseffendi, E.T. (1991). *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA.* Bandung: Tarsito.

Sanjaya, D., & Wijaya, S. (2007). *Strategi penyelesaian soal-soal matematika yang mengasyikan untuk SD/MI dan SMP/MTS*. Jakarta: Kandel.

Sukino. (2011). *Maestro olimpiade matematika SD*. Jakarta. Erlangga.

Szetela, W., & Nicol, C. (1992). Evaluating problem solving in mathematics. *Educational Leadership*, 42–45.

Tampomas, H., & Saputra, R. H. (2006). *Olimpiade matematika untuk Sekolah Dasar* Jakarta: Grasindo.

Tampomas, H. (2006). *Langkah cerdas menuju olimpiade matematika untuk SD dan MI*. Jakarta: Grasindo.

Wiworo. (2004). *Olimpiade Matematika dan IPA Sekolah Dasar/Madrasah Ibtidaiyah*. Makalah yang disampaikan dalam Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SD Jenjang lanjut di PPPG Matematika, 6-19 Agustus 2004.